Exercice 1

Calculer les limites suivantes

❶ $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x^2+1}{3-x}$

❷ $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-4}{x^2-2x+1}$

❸ $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{3x^3-10x^2+x+6}{2x^2-x-15}$

❹ $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x^2-4}$

❺ $\lim\limits_{x\to 16} \dfrac{4-\sqrt{x}}{x-16}$

❻ $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes

❶ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+5}$

❷ $\lim\limits_{x\to -\infty} -3x^3+2x+5$

❸ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-2x^3+7x+8}{x^4+x+1}$

❹ $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{\dfrac{2x^3+4}{x^3-1}}$

❺ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

❻ $\lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{\dfrac{3x}{x-1}}$

❼ $\lim\limits_{x\to +\infty} 2x+1-\sqrt{x^2+x}$

❽ $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+1}+x$

❾ $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2+5}}{1-3x}$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes

❶ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x)}{x}$

❷ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(x)-\sin(x)}{x^3}$

❸ $\lim\limits_{x\to +\infty} x\sin\left(\dfrac{3}{x}\right)$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{(x-1)^2}}{x^2+x-2}$

❶ Déterminer D_f le domaine de définition de la fonction f

❷ Calculer les limites $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

❸ f . admet-elle une limite en 1 ?

Exercice 5

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

❶ Déterminer D_f le domaine de définition de la fonction f

❷ Calculer les limites $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

❸ Vérifier que pour tout x de $[2,+\infty[$ on a : $f(x)-x=\dfrac{-2}{\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1}$

❹ En déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)-x$

❺ Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)+x$

Exercice 6

❶ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par: $f(x) = x^2 \cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

a Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}^*; -x^2 \leqslant f(x) \leqslant x^2$

b En déduire $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

❷ Soit f la fonction définie sur $\left]\dfrac{-1}{2}, +\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{x + \sin(x)}{2x+1}$

a Montrer que $\left(\forall x > \dfrac{-1}{2}\right) : \dfrac{x-1}{2x+1} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{x+1}{2x+1}$

b Puis en déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

❸ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par: $f(x) = \dfrac{5x^2 + 3\sin(x)}{x^2}$

a Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : |f(x) - 5| \leqslant \dfrac{3}{x^2}$

b En déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

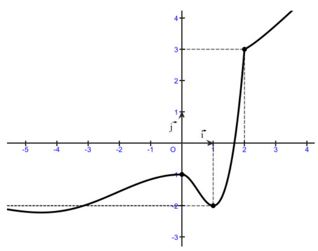
❹ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: : $f(x) = x^3 + \sin(x)$

a Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) \leqslant x^3 + 1$

b En déduire $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

Exercice 7

On donne ci-dessous $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.



❶ Déterminer les limites éventuelles suivantes:

a $\lim\limits_{x\to +\infty} f(\sqrt{x})$ b $\lim\limits_{x\to -\infty} f\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)$ c $\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(\dfrac{1}{x^2+1}\right)$ d $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

❷ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par:$f(x) = \begin{cases} -2 + \dfrac{\sin x}{x} & \text{si } x < 0 \\ 2x^3 - 3x^2 - 1 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 2x - \sqrt{x^2 - x - 1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a Montrer que, pour tout $x < 0$, $-2 + \dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant -2 - \dfrac{1}{x}$

b En déduire $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

❸ Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} (f(x) - x)$