

## Exercice 1

Soit  $A, B$  et  $C$  trois points non alignés et  $m$  un paramètre réel. On appelle  $G_m$  le barycentre des points pondérés  $(A, 2)$ ,  $(B, 1 - m)$  et  $(C, 3 + m)$

- ❶ Pour quelles valeurs de  $m$ ,  $G_m$  existe-t-il ?
- ❷ Construire  $G_3$  et montrer que les droites  $(CG_3)$  et  $(AB)$  sont parallèles.
- ❸ Soit  $I$  le barycentre de  $(B, 1 - m)$  et  $(C, 3 + m)$
- ❹ a Pour quelle valeur de  $m$ ,  $I$  est-il le milieu de  $[BC]$ ?
- b Placer le point  $G_m$  correspondant à la valeur de  $m$  trouvée à la question a).
- ❺ Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :

$$\|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$$

## Exercice 2

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par:  $f(x) = \sqrt{x+1}$  et  $g(x) = \frac{-x^2 + 2x + 7}{2}$   
et soient  $(C_f)$  et  $(C_g)$  leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- ❶ a Dresser le tableau de variations de  $f$  et  $g$ . Puis construire  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans  $(o, \vec{i}, \vec{j})$
- b Déterminer  $f([-1; 0])$  et  $f([0; +\infty[)$
- c Vérifier que  $(C_f)$  et  $(C_g)$  se coupent au point d'abscisse 3
- d Résoudre graphiquement  $2\sqrt{x+1} + x^2 - 2x < 7$
- ❷ On considère la fonction  $k$  définie par  $k(x) = f(|x|)$ 
  - a Déterminer  $D_k$  le domaine de définition de  $k$  puis montrer que  $k$  est paire.
  - b Construire  $(C_k)$  la courbe représentative de  $k$  dans le même repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$
- ❸ a Vérifier que  $\forall x \in \mathbb{R} : g(x) \leq x + \frac{7}{2}$ .
- b En déduire que  $g$  n'est pas minorée sur  $\mathbb{R}$ .
- ❹ Soit  $h$  la fonction définie sur  $[-1; +\infty[$  par:  $h(x) = -\frac{1}{2}x + \sqrt{x+1} + 3$ .
- ❺ a Vérifier que  $\forall x \in [-1; +\infty[: h(x) = (g \circ f)(x)$
- b Etudier la monotonie de  $h$  sur chacun des intervalles  $[0; +\infty[$  et  $[-1; 0]$ .
- c En déduire que  $(\forall x \in [-1; +\infty[) : \sqrt{x+1} \leq 1 + \frac{1}{2}x$
- ❻ Soit  $l$  la fonction définie par:  $l(x) = x - E(x) - 2\sqrt{x - E(x)}$ .
  - a Vérifier que  $\forall x \in [-1; 0[: l(x) = -2h(x) + 7$
  - b En déduire la monotonie de  $h$  sur  $[-1; 0]$ .