Prof : Ahmed Karimine

Niveau : 1ECT

Lycée Errazi

Série n°2 ❀ Ensemble et applications

Année scolaire : 2021-2022

Exercice 1

Compléter avec $\in, \notin, \subset$ ou $\not\subset$:

$\mathbb{N} \ldots . \mathbb{R}$	$\frac{2}{3} \ldots . \mathbb{R}$	$]0,7] \ldots \mathbb{R}$	$\sqrt{3} \ldots . \mathbb{Q}$	$[2,3] \ldots [0,5]$	$2 \ldots . \{0,2,4\}$
$\{-1,1\} \ldots . \mathbb{N}$	$(3,\pi) \ldots \mathbb{R}^2$	$\left(3,\frac{1}{2}\right) \ldots . \mathbb{N}\times\mathbb{R}$	$\left(\frac{1}{2},3\right) \ldots . \mathbb{N}\times\mathbb{R}$	$(4,1,9) \ldots . \mathbb{N}^3$	$\pi \ldots . \mathbb{R}$

Exercice 2

Soit $A = \left\{x \in \mathbb{Q}, x = \frac{p}{n}, p \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, \text{ avec } 1 \leqslant p \leqslant 2n \leqslant 7\right\}$ et $B = \left\{x \in \mathbb{R}, x^2 = 4\right\}$

❶ Ecrire A en extension.

❷ Ecrire B en extension et donner $\mathcal{P}(B)$.

Exercice 3

Soit $A = [-1,1], B = \left]0, \frac{5}{2}\right[$ et $C = \{0,1,2\}$ des sous-ensembles de $\mathbb{R}$.

❶ Déterminer $A \cup B, A \cup C, B \cup C$, $A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \cap B \cap C$

❷ Déterminer $\bar{A}, \bar{B}$, $\bar{A} \cup B, \bar{B} \cap C$.

Exercice 4

Simplifier les expressions suivantes où X et Y sont deux sous-ensembles de E.

❶ $(X \cup \emptyset) \setminus (X \cap \emptyset)$

❷ $(X \cap Y) \cup (X \cap \bar{Y})$.

❸ $(X \cup Y) \cap (X \cup \bar{Y})$

Exercice 5

❶ Montrer que $\left\{x \in \mathbb{R}; x^2 = 4x - 2\right\} \subset \mathbb{R}_+$

❷ Soit $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2, 4x - y = 1\right\}$ et $B = \{(t+1, 4t+3), t \in \mathbb{R}\}$. Prouver que $A = B$.

Exercice 6

Soit E un ensemble et A, B, C des sous ensembles de E.

❶ Prouver que si $A \cap B = A \cup B$ alors $A = B$.

❷ Prouver que Si $A \cup B = B \cap C$ alors $A \subset B \subset C$

❸ Montrer l'équivalence $\bar{A} \subset B \Longleftrightarrow A \cup B = E$.

❹ Simplifier au maximum les ensembles X et Y suivants :

$X = (A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$ et $Y = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$