Probabilités : Variables aléatoires

1 Variable aléatoire

Définition

Ω étant un univers fini associé à une expérience aléatoire, on appelle *variable aléatoire* une fonction X de Ω dans $\mathbb{R}$.
Ainsi X associe à chaque issue de l'univers un nombre réel.

Définition

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, l'évènement noté $[X = x]$ est l'ensemble des issues qui ont pour image x par la fonction X.

Définition

Le support de X est l'ensemble des valeurs prises par X. On le note $X(\Omega)$

Définition

On appelle *loi de probabilité* de la variable aléatoire X la donnée de $P([X = x_i])$ pour chaque $x_i \in X(\Omega)$.

Définition

On appelle *espérance* de la variable aléatoire X le nombre $E(X) = \sum_i x_i P([X = x_i])$.

2 Fonction de répartition

Définition

La fonction de répartition associée à une variable aléatoire X est la fonction notée F_X définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $F_X(x) = P(X \leq x)$.

3 Propriétés de l'espérance

Propriété de linéarité de l'espérance

Pour toute variable aléatoire X, et pour tout nombre réel a et b, $E(aX + b) = aE(X) + b$.

Exemple.

On tire au hasard deux boules simultanément dans une urne contenant 2 boules blanches et 4 boules noires indiscernables au toucher. On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires tirées.

Le mieux ici est de présenter sous la forme d'un arbre pondéré, en précisant au bout des branches la valeur prise par la variable aléatoire X .