Prof : Ahmed Karimine

Niveau : 1BAC SM-Biof

Test diagnostique

Année scolaire : 2020-2021

Exercice 1

❶ Soit n un entier naturel .Montrer que le nombre $a = 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7

❷ a) Montrer que le nombre $(n+1)^2 - n^2$ est impair pour tout $n \in \mathbb{N}$.

b) En déduire la valeur de la somme : $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 97 + 99$

❸ Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ par la méthode des déterminants le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

❹ On considère le polynôme : $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 5$.
Déterminer les réels a, b et c pour que : $P(x) = (x-1)\left(ax^2 + bx + c\right)$

❺ On considère la droite (D) d'équation cartésienne: $5x - 3y + 1 = 0$ Donner une représentation paramétrique de la droite (D)

❻ Soit $x \in]0; +\infty[$ tel que : $\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$. Montrer que: $\left|\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right| = 1$

Exercice 2

❶ a) Étudier le signe de $-x^2 + 2x + 1$ dans $\mathbb{R}$.

b) En déduire les solutions de l'inéquation : $\dfrac{x+1}{x-1} < x$

c) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1} - x}$.

❷ Ecrire le nombre $7 \times 2^{n+1} - 2^{n-1} + \dfrac{5}{2^{-n-2}}$ sous la forme $a \times 2^n$ où a est un rationnel à déterminer.

❸ Factoriser $(x-1)^3 - (2-x)^3 + (2x-3)^3$ et $x^3 - 8 - 4\left(x^2 - 4\right) + 5x - 10$

Exercice 3

❶ Sachant que: $\cos\left(\dfrac{31\pi}{3}\right) + \tan(x+\pi) - \sin\left(\dfrac{67\pi}{6}\right) = 0$, calculer $\tan x$

❷ Résoudre dans $]-\pi, 3\pi]$ l'équation: $2\cos x - 1 = 0$

❸ Résoudre dans $[-\pi, \pi[$ l'inéquation: $\sqrt{2} + 2\sin x \geqslant 0$

❹ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que: $\|\vec{u}\| = 1; \|\vec{v}\| = 2$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 3$ Calculer: $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et $\|\vec{u} - \vec{v}\|$

❺ A, B et I trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{0}$
Déterminer le rapport de l'homothétie h de centre I qui transforme A en B

❻ Soit f la fonction définie par: $f(x) = x^2 - 2|x|$

❼ a) Etudier la parité de f

b) Construire la courbe (C_f) dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.